

*Concorrenza oligopolistica basata sulle quantità*  
*Antonello Zanfei*

## 1. Introduzione

In queste pagine si vuole offrire una trattazione appena più analitica di quella offerta dal libro di testo (Cabral) della concorrenza oligopolistica basata sulle quantità prodotte (o sulle capacità produttive), che consente di comprendere meglio tre aspetti:

1. la competizione basata sulle quantità (ipotizzata ad esempio nel modello di Cournot<sup>1</sup>) produce allontanamenti dalla condizione di efficienza allocativa ( $p=MC$ ), ancorché minori rispetto al caso del monopolio, derivante dal fatto che l'interazione strategica delle imprese in oligopolio determina un incentivo a produrre una quantità complessivamente inferiore a quanto prodotto da strutture di mercato concorrenziali (ma superiori a quelle prodotte in monopolio)
2. la concorrenza oligopolistica produce risultati tanto più vicini alla concorrenza quanto maggiore è il numero delle imprese concorrenti
3. la concentrazione del mercato determina maggiore potere di mercato nell'industria (a parità di elasticità della domanda e di grado di coordinamento strategico fra le imprese), misurabile in maggiori profitti e maggiori margini prezzo-costo. Questo risultato, che discende direttamente da una generalizzazione del modello di Cournot a  $n$  imprese, è coerente con il paradigma strutture-condotte-performance (SCP): variabili di struttura (come la concentrazione del mercato) determinano minori performance dell'industria, ovvero, ad esempio, maggiore inefficienza allocativa (eventualmente attraverso un effetto sui comportamenti, come il grado di collusione). Questa è senz'altro l'accezione più usata del modello di Cournot, che è anche alla base dell'impostazione tradizionale delle politiche antitrust. Tuttavia, si vedrà che più in generale un modello di concorrenza oligopolistica basato sulle decisioni di quantità (di cui il modello di Cournot è un caso particolare) può essere utilizzato per sostenere anche una sorta di relazione inversa, dai comportamenti alla struttura di mercato.

Le pagine che seguono sono organizzate in questo modo. Il paragrafo 2 illustra il modello di Cournot di concorrenza oligopolistica basata sulle quantità, nel caso semplificato di imprese simmetriche, ovvero con strutture dei costi analoghe, e nel caso particolare di una funzione di domanda lineare. Il paragrafo 3 generalizza il risultato alle industrie con imprese non simmetriche.

## 2. Modello di Cournot con imprese simmetriche e curva di domanda lineare

Il modello di Cournot affronta il problema di imprese che devono scegliere le quantità prodotte, tenendo in considerazione le interdipendenze strategiche con le strategie (ovvero le quantità prodotte) delle altre imprese in un mercato (ad esempio in un settore industriale). A differenza del modello di Bertrand, in cui le imprese scelgono i prezzi a cui sono disposte a vendere i propri prodotti, nel modello

---

<sup>1</sup> Il modello di Cournot spiega la concorrenza basata sulle quantità, ma fa un'ipotesi specifica sul comportamento dei concorrenti. In particolare, ipotizza variazioni congetturali nulle (con una simbologia che verrà introdotta più avanti,  $\theta=1$ ), ovvero la quantità prodotta dai concorrenti è assunta data, ovvero non varia se l'impresa  $i$  aumenta la propria produzione.

di Cournot, le imprese definiscono la quantità che sono disposte a mettere sul mercato. Date la quantità complessiva messa sul mercato da tutte le imprese e una funzione di domanda, sul mercato si determinerà il prezzo al quale le imprese vendono le proprie quantità prodotte. Come sottolineato dal testo di Cabral, si può pensare alla scelta delle quantità prodotte come alla scelta della capacità produttiva di cui le imprese scelgono di dotarsi. In altre parole, si può ipotizzare che la competizione tra imprese operi in due stadi. Al secondo stadio le imprese finiranno per competere alla Bertrand (ovvero fissando i prezzi di vendita), date le capacità produttive, definite al primo stadio. Se modificare le capacità produttive è costoso, lo stadio della competizione per fissare la capacità produttiva ottima è rilevante e il modello di Cournot appropriato a spiegare il comportamento delle imprese. In queste pagine si fornirà un approccio analitico-matematico al problema, che consente di confrontare le soluzioni di equilibrio nei mercati di oligopolio, con i casi limite del monopolio e della concorrenza. Per una trattazione grafica, si veda il cap. 7 del libro di testo.

Il problema dell'impresa  $i$  è di fissare una quantità ( $q_i$ ) che massimizza i propri profitti ( $\pi_i$ ).

$$\arg \max_{q_i} \pi_i = P(Q)q_i - C_i(q_i) \quad (1)$$

Facendo l'ipotesi che funzione inversa di domanda ( $P(Q)$ ) e costi ( $C(q)$ ) siano lineari, ovvero

$$p = P(Q) = a - bQ = a + b\left(\sum_{i=1}^n q_i\right) = a - b\left(q_i + \sum_{j \neq i} q_j\right) = a - b(q_i + Q_{-i})$$

dove  $Q_{-i}$  denota semplicemente la quantità prodotta dalla  $n-1$  imprese diverse da  $i$ , e

$$C_i(q_i) = c_i q_i$$

La funzione di profitto diventa

$$\pi_i = (a - b(q_i + Q_{-i}))q_i - c_i q_i \quad (2)$$

Le condizioni di massimizzazione del profitto sono:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a - 2bq_i - bQ_{-i} - b \frac{\partial Q_{-i}}{\partial q_i} q_i - c_i = 0 \quad (3)$$

Per semplicità possiamo introdurre l'ipotesi che la derivata di  $Q_{-i}$  rispetto a  $q_i$  sia nulla, ovvero se l'impresa  $i$  aumenta la quantità prodotta le altre imprese non variano il proprio output (tecnicamente, si assumono variazioni congetturali nulle).

Dalla (3) si ottiene immediatamente

$$q_i = \frac{a - c_i}{2b} - \frac{Q_{-i}}{2} \quad (4)$$

La (4) definisce una relazione tra la strategia dell'impresa  $i$  ( $q_i$ ) e le strategie dei concorrenti ( $Q_{-i}$ ), detta *funzione di reazione*. Date le quantità prodotte dalle  $n-1$  imprese concorrenti ( $Q_{-i}$ ), per l'impresa  $i$ , la quantità che massimizza i profitti è  $q_i$ . Si può notare che è una relazione decrescente: all'aumentare delle quantità prodotte dalle  $n-1$  imprese, la strategia migliore per l'impresa  $i$  è diminuire la quantità prodotta. In altri termini, esiste interdipendenza strategica tra le imprese, le scelte delle  $n-1$  imprese influenzano i profitti e la strategia dell'impresa  $i$ .

Per semplificare ipotizziamo simmetria tra le imprese, ovvero i costi delle imprese sono identici. Da ciò deriva che

$$q = \frac{a - c}{2b} - \frac{Q_{-i}}{2} \quad (5)$$

Laddove si è introdotta l'ipotesi che i costi delle singole imprese siano uguali,  $c_i=c$ . Per trovare l'equilibrio va risolto un sistema di  $n$  equazioni implicite in (5), dato che ci sono  $n$  imprese, ovvero  $i=1,2, \dots, n$ , in  $n$  incognite ( $q_1, q_2, \dots, q_n$ ).

In altre parole bisogna trovare il punto di intersezione di tutte le funzioni di reazione. Con  $n=2$  la situazione può essere rappresentato su un grafico i cui assi sono  $q_1$  e  $q_2$  (vedi fig. 7.7, pag. 145 del libro di testo).

$$\begin{cases} q_1 = \frac{a-c}{2b} - \frac{Q_{-1}}{2} \\ q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{Q_{-2}}{2} \\ \dots \\ q_n = \frac{a-c}{2b} - \frac{Q_{-n}}{2} \end{cases} \quad (6)$$

Si può mostrare facilmente (si provi con  $n=2$ ) che, data l'ipotesi di simmetria, l'equilibrio prevede che le imprese scelgano tutte la stessa quantità ( $q_i^N=q^N$ ), quindi la quantità totale prodotta sul mercato sarà data da  $Q=nq^N$  e  $Q_{-i}=(n-1)q^N$  (l'indice  $N$  indica l'equilibrio di Cournot, detto anche di Nash)

Quindi la (5) si trasforma in:

$$q^N = \frac{a-c}{2b} - \frac{(n-1)q^N}{2} \quad (7)$$

$$q^N + \frac{(n-1)}{2}q^N = \frac{a-c}{2b}$$

$$\frac{(n+1)}{2}q^N = \frac{a-c}{2b}$$

$$q^N = \frac{a-c}{(n+1)b}$$

Si noti che se

- $n=1$  (monopolio):  $q^N = q^M = \frac{a-c}{2b}$ , che è proprio il risultato a cui si arriva attraverso l'uguaglianza tra RM e CM.
- $n=2$  (duopolio)  $q^N = \frac{a-c}{3b}$

La quantità totale prodotta sul mercato,  $Q=nq^N$  è data da:

$$Q^N = \frac{a-c}{b} \frac{n}{(n+1)} \quad (8)$$

Si noti che se

- $n=1$  (monopolio):  $Q^N = q^M = Q^M = \frac{a-c}{2b}$

- $n=2$  (duopolio)  $Q^N = \frac{2}{3} \frac{a-c}{b}$
- $n \rightarrow \infty$   $Q^N \rightarrow Q^C = \frac{a-c}{b}$ , che è la quantità prodotta da un mercato di concorrenza perfetta in cui  $p = a - bQ = MC = c$ , da cui  $Q^C = (a-c)/b$ . Quindi un mercato in cui le imprese competono sulle quantità porta ad un risultato vicino a quello della concorrenza perfetta solo con un numero di imprese molto alto.

Si verifica immediatamente che  $Q^M < Q^N < Q^C$ .

Dato  $Q^N$  si può ricavare il prezzo di mercato e il margine prezzo-costo

$$p^N = a - b \frac{a-c}{b} \frac{n}{n+1} = \frac{a(n+1) - an + cn}{n+1} = \frac{a+cn}{n+1} \quad (9)$$

$$\frac{p^N - c}{p^N} = \left( \frac{a+cn}{n+1} - c \right) / \left( \frac{a+cn}{n+1} \right) = \frac{a-c}{a+cn} \quad (10)$$

I casi particolari visti in precedenza diventano:

$$n=1 \text{ (monopolio)} \quad \frac{p^M - c}{p^M} = \frac{a-c}{a+c}$$

$$n=2 \text{ (duopolio)} \quad \frac{p^N - c}{p^N} = \frac{a-c}{a+2c}$$

$$n \rightarrow \infty \quad \frac{p^N - c}{p^N} \rightarrow 0, \text{ come nel caso di concorrenza perfetta, in cui } p=MC$$

I profitti delle imprese, tenendo conto di  $q^N$  ottenuto dall'equazione (7) e di  $p^N$  ottenuto dalla (9), saranno

$$\pi^N = (p^N - c)q^N = \frac{(a-c)^2}{(n+1)^2 b}$$

da cui,

$$n=1 \text{ (monopolio)} \quad \pi^M = (p^M - c)q^M = \frac{(a-c)^2}{4b}$$

$$n=2 \text{ (duopolio)} \quad \pi^N (n=2) = (p^N - c)q^N = \frac{(a-c)^2}{9b}$$

Si noti che il profitto di collusione, derivante dalla distribuzione dei profitti di monopolio tra i partecipanti all'accordo collusivo,  $\pi^{Coll} = \frac{\pi^M}{n} = \frac{(a-c)^2}{4n b}$ , è sempre superiore al profitto di Cournot. Ad

esempio, nel caso di un duopolio,

$$\pi^{Coll} (n=2) = \frac{\pi^M}{2} = \frac{(a-c)^2}{8b} > \pi^N (n=2) = \frac{(a-c)^2}{9b}$$

Per sintetizzare,

	$q_i$	$Q$	$(p-c)/p$
Monopolio	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a-c}{a+c}$
Duopolio (Cournot)	$\frac{a-c}{3b}$	$\frac{a-c}{b} \frac{2}{3}$	$\frac{a-c}{a+2c}$
Oligopolio n- imprese (Cournot)	$\frac{a-c}{(n+1)b}$	$\frac{a-c}{b} \frac{n}{n+1}$	$\frac{a-c}{a+nc}$
Concorrenza Perfetta		$\frac{a-c}{b}$	0

N.B. Questi valori dipendono dalle ipotesi sulla funzione di domanda e sulla struttura dei costi. Si provi a ricavare le stesse quantità con  $C=cq^2$  (costi marginali crescenti), oppure con  $p=1/Q$  (curva di domanda non lineare)

E' evidente che il margine prezzo-costo, che è un indicatore di inefficienza allocativa, cresce al diminuire del numero di imprese  $n$ . Si potrebbe dire che all'aumentare della concentrazione dell'industria peggiorano le performance allocative. Tuttavia, il numero di imprese è un indicatore piuttosto approssimativo del grado di concentrazione di una industria. In particolare,  $1/n$  è un buon indicatore di concentrazione solo se le imprese sono molto simili, ovvero hanno strutture dei costi e quote di mercato analoghe.

### 3. Il modello generale di concorrenza oligopolistica basato sulle quantità e la relazione concentrazione-profitabilità a livello di industria

Generalizzando il problema visto in precedenza, senza imporre particolari forme funzionali ai costi e alla domanda, e senza imporre simmetria tra imprese, si può pervenire ad una relazione tra le caratteristiche di una industria, e le performance in nell'industria.

$$\arg \max_{q_i} \pi_i = P(Q)q_i - C_i(q_i) \quad (1)$$

Dove  $P(Q)$  denota la funzione inversa di domanda ( $p = P(Q) = D^{-1}(Q)$ ), in cui il prezzo dipende negativamente dalla quantità totale prodotta sul mercato ( $Q = \sum_{j=1}^n q_j = Q_{-i} + q_i$ , dove  $Q_{-i}$  rappresenta la somma della quantità prodotta dalle (n-1) imprese presenti sul mercato, diverse da  $i$ ,  $\sum_{j \neq i} q_j$ ), e  $C_i(q_i)$  denota il costo totale dell'impresa  $i$ , in funzione della quantità prodotta.

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = P(Q) + \left[ \frac{\partial P(Q)}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial q_i} \right] q_i - \frac{\partial C_i}{\partial q_i} = p + \frac{\partial P(Q)}{\partial Q} \left( 1 + \frac{\partial Q_{-i}}{\partial q_i} \right) q_i - MC_i = 0 \quad (2)$$

Riarrangiando la (2) si ottiene:

$$p - MC_i = - \frac{\partial P(Q)}{\partial Q} \left( 1 + \frac{\partial Q_{-i}}{\partial q_i} \right) q_i \quad (3)$$

Dividendo entrambi i membri per  $p$  e moltiplicando a destra dell'uguale per  $\frac{Q}{Q}$ , si ottiene

$$\frac{p - MC_i}{p} = - \frac{\partial P(Q)}{\partial Q} \frac{Q}{p} \left( 1 + \frac{\partial Q_{-i}}{\partial q_i} \right) \frac{q_i}{Q} = \frac{s_i}{\varepsilon} \theta \quad (4)$$

Dove  $s_i = \frac{q_i}{Q}$  denota la quota di mercato dell'impresa  $i$ ,  $\frac{1}{\varepsilon} = - \frac{\partial P}{\partial Q} \frac{Q}{p}$  è l'inverso dell'elasticità della

domanda;  $\frac{\partial Q_{-i}}{\partial q_i}$  identifica le "variazioni congetturali" dell'impresa  $i$ -esima, ovvero quanto l'impresa  $i$  si

aspetta che le altre imprese varino le loro quantità al variare delle proprie. In definitiva  $\theta = 1 + \frac{\partial Q_{-i}}{\partial q_i}$  è

un parametro moltiplicativo che esprime in modo sintetico i comportamenti attesi delle imprese sul mercato oligopolistico, ovvero la reattività della produzione di una impresa all'output delle altre n-1 imprese. Sarà  $\theta = 1$  nel caso classico di Cournot e in quello di monopolio, entrambi caratterizzati da variazioni congetturali nulle, sia pure per motivi diversi. Nel primo caso, in assenza di coordinamento, le imprese fanno le loro mosse assumendo che le altre non modifichino le loro quantità; nel secondo caso (monopolio) non esiste reazione a variazioni altrui delle quantità per il semplice motivo che non esistono concorrenti.

Moltiplicando entrambi i membri per la quota di mercato  $s_i$  e sommando per tutte le imprese dell'industria si ottiene una relazione tra l'indice di Lerner, che esprime il margine di profitto medio nell'industria, l'indice di concentrazione (H), l'elasticità della domanda.

$$\sum_i s_i \frac{p - MC_i}{p} = \sum_i \frac{s_i^2}{\varepsilon} \theta \quad (5)$$

$$L = \frac{p - \sum_i s_i MC_i}{p} = \frac{p - \overline{MC}}{p} = \sum_i \frac{s_i^2}{\varepsilon} \theta = \frac{H}{\varepsilon} \theta \quad (6)$$

L'equazione (6) può essere letta come una relazione tra le caratteristiche della struttura di mercato come la concentrazione (e altre caratteristiche esogene all'industria stessa, come l'elasticità della domanda e i comportamenti attesi dei rivali) e le performance in una industria. In questa prospettiva industrie più concentrate produrrebbero una maggiore inefficienza allocativa (ovvero maggior potere di mercato). Tuttavia, se la domanda è sufficientemente elastica, la concentrazione industriale può non determinare inefficienze allocative. Allo stesso modo, se ci si può aspettare che non esistano vincoli di capacità produttiva e che i rivali possano quindi cambiare l'ammontare prodotto in modo da rispondere immediatamente a opportunità di mercato aperte dai propri comportamenti di prezzo (come nel caso di Bertrand,  $\theta = 0$ ) anche mercati molto concentrati (ad esempio con 2 imprese) possono dar luogo a performance concorrenziali ( $p=MC$ ). E' interessante notare che se  $H=1$  e  $\theta = 1$ , come nel caso del monopolio la (6) comporta che  $\frac{p - MC}{p} = \frac{1}{\varepsilon}$ ; mentre il potere di mercato sarà evidentemente minore

rispetto al caso del monopolio in un contesto di oligopolio alla Cournot, perché  $H$  è minore di 1. Se esiste collusione fra imprese,  $\theta$  assume valori maggiori di 1, segnalando che ci si attende comportamenti convergenti delle altre imprese sul mercato (quando un'impresa diminuisce o aumenta le proprie quantità, anche le altre lo fanno al fine di massimizzare il profitto dell'industria): in questo caso il potere di mercato delle imprese aumenta rispetto a quello che si registrerebbe in un oligopolio non collusivo, e questo avviene in misura tanto maggiore quanto più alto è  $H$ .

Questo modello è compatibile con l'approccio S-C-P (struttura-condotte-performance). Infatti, se si pensa che la probabilità di collusione aumenta all'aumentare della concentrazione di mercato, si ha che la variabile centrale per comprendere le performance allocative di una industria è la concentrazione. Tuttavia, la relazione S-C-P non trova conferme solide nell'evidenza empirica. Piuttosto, molti studi rilevano una debole (quando non nulla) la relazione tra concentrazione e profittabilità dell'industria. Molte argomentazione possono essere portate a supporto di questo risultato, ma qui si sottolinea un aspetto legato al fatto che può esistere una relazione inversa tra C e S. In particolare, si pensi al fatto che anche a parità di concentrazione in alcune industrie si può verificare una maggiore facilità a colludere (ovvero un diverso tipo di condotta delle imprese) che determinerà differenze di profitto, e attirerà imprese ad entrare in nell'industria in cui colludere è più facile e i profitti sono più alti. A sua volta l'entrata delle imprese determina una diminuzione della concentrazione. Da una parte la struttura (concentrazione) determina aumenti di profittabilità, ma dall'altra le condotte delle imprese (fra cui la decisione di entrare sul mercato per sfruttare opportunità di guadagno) possono determinare riduzioni nella concentrazione. Il risultato netto può quindi essere quello di una assenza di relazione tra variabili di struttura e variabili di profittabilità dell'industria.