Oligopolio – Teoria dei Giochi – Mercato di Puro Scambio

1. Si consideri un mercato in cui operano due imprese che producono un bene omogeneo. La domanda (inversa) di mercato è data da p= 1-Y, dove Y è la quantità totale offerta dalle due imprese. La funzione di costo di ciascuna delle due imprese è data da: $C(y_i) = y_i^2/2$. Si determini la quantità prodotta nei seguenti casi:
   a) le imprese competono come duopolisti di Cournot.
   b) una delle due imprese è leader.
   c) le due imprese colludono.

2. Si considerino due imprese che operano come oligopolisti di Cournot. La funzione di domanda è data da: $Y = 200 - 2p$. Le funzioni di costo delle imprese sono le seguenti: $TC_1 = 5y_1$ e $TC_2 = 0.5y_2^2$. Calcolare le quantità prodotte da ciascuna impresa.

3. La curva di domanda per un mercato servito da due imprese identiche è:

   Q = 120 – 2 p

   La funzione di costo totale è TCi = 18 qi con i=1,2.

   a) Calcolare la quantità prodotta da ciascuna impresa e il profitto da esse conseguito nel caso in cui le imprese operino come oligopolisti di Cournot. Presentare la soluzione grafica del problema.

   b) Calcolare la quantità prodotta ed il prezzo nel caso in cui la prima impresa sia leader e la seconda follower. Grafico.

4. Si consideri un duopolio in cui le imprese offrono un prodotto omogeneo e competono alla Bertrand. La funzione di costo totale per ciascuna impresa è $TC = 2y_i$, mentre la funzione di domanda di mercato è: $Y = 10 - p.$ Si trovino i valori di equilibrio della quantità e del prezzo.

5. a) Si determini quali allocazioni costituiscono un equilibrio di Nash nel gioco rappresentato dalla seguente matrice:

GIOCATORE A	GIOCATORE B		
		b1	b2
	a1	-1,-1	1,2
	a2	2,1	-1,-1

b) Si fornisca una rappresentazione in forma estesa del precedente gioco. Qual è il nuovo equilibrio se si assume che a muovere per primo è il giocatore A.

6. La curva di domanda per un mercato servito da due imprese identiche è:

$$Y = 70 - p$$

La funzione di costo totale è TCi = 10 yi con i=1,2.

Calcolare la quantità prodotta da ciascuna impresa e il profitto da esse conseguito nel caso in cui le imprese operino come oligopolisti di Cournot. Successivamente, utilizzando la tabella 2 (dopo averla adeguatamente compilata), determinate la strategia ottimale per le imprese.

Tabella 2

		Impresa 2	
		Non cooperare	Cooperare
Impresa 1	Non cooperare		506,25 337,5
	Cooperare	337,5 506,25	450 450

L'equilibrio ottenuto, è un equilibrio di Nash?

7. Si determinino le probabilità che ciascun giocatore attribuisce alle proprie mosse nell'equilibrio di Nash tra strategie miste, data la seguente matrice dei pay-off.

	GIOCATORE B		
GIOCATORE A		b1	b2
	a1	6,6	6,5
	a2	7,6	5,9

8. Si consideri un sistema economico di puro scambio costituito da due agenti (A, B) e da due beni di consumo (x, y). Entrambi gli individui ricevono in dotazione 5 unità di x e 5 unità di y. Le funzioni di utilità individuali sono: $U^A = 2x^A + \log y^A$ e $U^B = x^B + 2\log y^B$. Si determini l'allocazione di equilibrio economico generale.

9. Un'impresa ha una funzione di produzione $y = BL^{2/3}$, dove L è il fattore lavoro e B è un parametro positivo. Determinare le funzioni di domanda di lavoro dell'impresa e del mercato, nell'ipotesi che si operi in un contesto di concorrenza perfetta e vi siano N imprese identiche.

10. Supponiamo di essere in una condizione di monopsonio sul mercato del lavoro, che la funzione di produzione sia $y = 16L^{1/2}$ e che la funzione di offerta aggregata di lavoro sia $L^S = 8W$. Si determini l'equilibrio se l'output è venduto su un mercato perfettamente concorrenziale ed il prezzo dell'output è pari ad 1.

SOLUZIONI:

1. a) $y^1_{cournot} = y^2_{cournot} = 1/4$
   b) $y_{leader} = 2/7 \quad y_{follower} = 5/21$
   c) $Y = 1/3$

2. $y_1 = 80$; $y_2 = 30$

3. a) $y^1_{cournot} = y^2_{cournot} = 28$; $p = 32$; $\pi_1 = \pi_2 = 392$
   b) $y_{leader} = 42$; $y_{leader} = 21$; $p = 28.5$

4. Y= 8; p=2

5. a) Due equilibri di Nash $(1,2),(2,1)$
   b) (2,1)

6. profitto di Cournot: 400. L'equilibrio: Non cooperazione

7. Il giocatore A attribuisce alla mossa a_1 probabilità 3/4 ed alla mossa a_2 probabilità 1/4 . Il giocatore B attribuisce alla mossa b_1 probabilità 1/2 ed alla mossa b_2 probabilità 1/2 .

8. $y^A = 2,\ y^B = 8,\ x^A = 23/4,\ x^B = 17/4.$

9. $L_i = \left(\frac{2}{3}B\right)^3 \left(\frac{P}{W}\right)^3, \quad L^D = N\left(\frac{2}{3}B\right)^3 \left(\frac{P}{W}\right)^3$

10. $L = 2^{10/3}$, $W = 2^{1/3}$