LA TEORIA DELL'IMPRESA

ESERCIZI[1]

La funzione di produzione con uno o più fattori variabili

1. Si considerino le seguenti funzioni di produzione: (*a*) $y = 5x_1 + 3x_2$; (*b*) $y = (x_1 x_2)^{0,5}$; (*c*) $y = min(x_1, x_2)$. Per ognuna si verifichi se i rendimenti di scala sono costanti, crescenti o decrescenti. Per ognuna si disegni un isoquanto e si verifichi (col grafico) se esso è convesso e, in caso affermativo, se è strettamente convesso.

2. Si consideri la seguente funzione di produzione: $y = x_1^{\alpha} + x_2^{\alpha}$ con $\alpha < 1$. Si calcoli il saggio marginale di sostituzione tecnica e si verifichi che esso diminuisce al crescere del rapporto x_1/x_2.

3. Verificare i rendimenti di scala delle seguenti funzioni di produzione omogenee: (*a*) $y = x_1^{0,5} x_2^{0,6}$; (*b*) $y = x_1^{0,7} + x_2^{0,7}$; (*c*) $y = \left(x_1^{-1} + x_2^{-1}\right)^{-1}$.

Le funzioni di costo: breve e lungo periodo

4. La funzione di produzione di un'impresa è $y = (x_1)^{1/3} \cdot (x_2)^{1/2}$. Come sono i rendimenti di scala? L'impresa impiega il paniere ***x*** = (125; 64) per produrre 40 unità di *y*. Verificare l'efficienza tecnica della scelta. Se si ha $v_2 = 750$, quanto deve essere v_1 perché ci sia anche efficienza economica? L'impresa non fa extraprofitti. Quant'è il prezzo del prodotto?

5. La funzione di produzione di un'impresa è $y = \left(x_1^{-1} + x_2^{-1}\right)^{-1}$. I prezzi dei due inputs sono rispettivamente $v = 1$ e $v = 4$. L'impresa decide di produrre 10 unità del bene. Quanto le costa questa produzione?

6. Sia $y = 2\left(x_1 \cdot x_2\right)^{1/3}$ la funzione di produzione di un'impresa. Siano rispettivamente $v_1 = 16$, $v_2 = 250$ e $p = 300$ i prezzi dei due inputs e del prodotto. Calcolare la funzione del costo totale di breve periodo assumendo $x_2 = 8$. Calcolare la quantità prodotta e il profitto ottenuto dall'impresa.

7. La funzione di produzione dell'impresa ALFA è $y = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$. Il prezzo dell'*output* è 48, i prezzi dei due *inputs* sono rispettivamente 20 e 24. La quantità del secondo *input* è

[1] Esercizi tratti dalle dispense del Prof. Giorgio Rodano (A.A. 1996/97).

data e pari a 25. Calcolare la quantità prodotta dall'impresa. Verificare se la sua scelta è economicamente efficiente. La quantità prodotta sarebbe la stessa nel caso che si avesse $v_2 = 32$?

8. Data la funzione di produzione $y = (x_1 \cdot x_2)^{0,25}$, dire come sono i rendimenti di scala giustificando la risposta. Assumendo che i prezzi dei due inputs siano rispettivamente $v_1 = 28$ e $v_2 = 7$ calcolare la $LTC(y)$, ossia la funzione del costo totale di lungo periodo.

9. Un'impresa produce congiuntamente due beni, y_1 e y_2, con la funzione del costo totale $TC = 2y_1^2 + y_1 \cdot y_2 + 2y_2^2$. I prezzi dei due beni sono $p_1 = 120$ e $p_2 = 180$. Calcolare le quantità prodotte dei due beni.

10. Partendo dalla funzione di produzione $y = x_1^{1/2} \cdot x_2^{1/2}$, calcolare la funzione del costo totale di lungo periodo (entrambi gli inputs variabili) che le corrisponde.

L'equilibrio dell'impresa e la curva d'offerta

11. La funzione di produzione di un bene è $y = x_1^{1/2} \cdot x_2^{1/2}$. L'input x_2 è dato (ipotesi di breve periodo) e pari a 9. I prezzi degli inputs sono rispettivamente $v_1 = 18$ e $v_2 = 10$. Il prezzo del prodotto è $p = 32$. Assumendo mercati concorrenziali, determinare se l'impresa fa profitti.

12. L'impresa OMICRON produce 28 unità del bene y utilizzando in modo economicamente efficiente la funzione di produzione $y = x_1^{1/2} + 2 \cdot x_2^{1/2}$, dati i prezzi degli *inputs* $v_1 = 18$ e $v_2 = 12$. Il prezzo del prodotto è $p = 72$. Calcolare il profitto dell'impresa. Qual'è la quantità che dovrebbe essere prodotta, dati i prezzi, in concorrenza perfetta e lungo periodo?

13. Un'impresa opera in condizioni di concorrenza perfetta con la seguente funzione del costo totale: $TC(y) = 2y^3 - 20y^2 + 80y + 1700$. Il prezzo di mercato è $p = 280$. Determinare la quantità prodotta dall'impresa. Al di sotto di quale prezzo l'impresa sospende temporaneamente la propria produzione?

L'equilibrio dell'industria

14. La domanda di un bene è descritta dalla funzione $y = 510 - 10p$, dove y rappresenta la quantità domandata e p il prezzo. Nel mercato, che si trova in equilibrio di concorrenza perfetta, sono presenti 100 imprese, tutte identiche, ciascuna delle quali opera con la seguente funzione del costo totale: $TC = 16 + 3y_i + y_i^2$. Si calcolino il prezzo di equilibrio e la quantità prodotta dalla singola impresa. Si dica se l'equilibrio in cui si trova il mercato è di breve o di lungo periodo.

15. Sia $y = 2(x_1x_2)^{1/3}$ la funzione di produzione delle imprese, tutte identiche che operano in un mercato perfettamente concorrenziale. Siano rispettivamente $v_1 = 64$, $v_2 = 250$ i prezzi dei due inputs. Per ciascuna impresa il secondo input è fisso ed è pari a $x_2 = 8$. Nessuna impresa fa extraprofitti. Calcolare il prezzo di mercato. L'equilibrio risultante è di lungo periodo?

16. In un mercato perfettamente concorrenziale la curva di domanda è $y = 5000\text{-}60p$. La funzione di produzione, uguale per tutte le imprese, è $y = (x_1^{0.4})(x_2^{0.6})$. Il mercato è in condizioni di equilibrio di lungo periodo. Determinare il prezzo e la quantità venduta, assumendo che i prezzi dei due inputs siano rispettivamente $v_1 = 10$ e $v_2 = 15$.

17. In un mercato concorrenziale operano 100 imprese, tutte identiche, con la seguente funzione del costo totale: $LTC_i = 2y_i^2 - 2y_i + 50$. La curva di domanda del mercato è $y = 710 - 5p$. Calcolare il prezzo di equilibrio. Verificare se l'equilibrio in cui si trova il mercato è di breve o di lungo periodo.

18. La curva di domanda di un bene omogeneo è $y^D = 15400 - 200p$. Il mercato è servito da 100 imprese identiche ciascuna con la curva di offerta $y_i^S = 5p$, e con un minimo del costo unitario di lungo periodo pari a 14. Calcolare l'equilibrio di breve periodo nel mercato e il numero delle imprese che vi entra nel lungo periodo.

19. La curva di domanda di un mercato perfettamente concorrenziale è $y^D = 925 - 15p$. Il bene è prodotto da 100 imprese identiche la cui funzione del costo totale di lungo periodo è $LTC_j = y_j^2 + y_j + 25$. Determinare il prezzo di equilibrio di breve periodo. Quante imprese entrano nel mercato nel lungo periodo?

20. La curva di domanda del mercato è $y = 2500–40p$. Il mercato è perfettamente concorrenziale ed è in equilibrio di lungo periodo. La funzione di costo delle imprese, tutte identiche, è $LTC_i = 2y_i^3–20y_i^2 +80y_i$. Determinare il prezzo di equilibrio e il numero delle imprese.

21. Si consideri un mercato perfettamente concorrenziale in equilibrio di lungo periodo. La curva di domanda del bene è $y = 3950 - 10p$. Il bene è prodotto da n imprese (etichettate con l'indice $i = 1, 2, \cdots, n$). Il costo totale di lungo periodo della i-esima impresa è $LTC_i = 2y_i^3 - 20y_i^2 + (100 + i)y_i$. Come si vede, il costo totale cresce all'aumentare dell'indice i. Determinare il prezzo di equilibrio assumendo che $n = 230$.

<u>Soluzioni</u>

1. Costanti; (a) convesso; (b) strettamente convesso; (c) convesso.

2. SMST = $(x_1/x_2)^{\alpha-1}$; dSMST$/d(x_1/x_2) = (\alpha - 1)(x_1/x_2)^{\alpha-2} < 0$.

3. (a) crescenti; (b) decrescenti; (c) costanti.

4. Decrescenti; $y = 40$; $v_2 = 256$; $p = 2000$.

5. 90.

6. $y = 20$, $p = 2000$.

7. y = 30; la scelta non è economicamente efficiente; la quantità prodotta non cambia.

8. Decrescenti (0,25 + 0,25 = 0,5 < 1); $LTC = 28y^2$

9. $y_1 = 20$, $y_2 = 40$.

10. $LTC = 2y\sqrt{v_1 v_2}$

11. $\Pi = 38 > 0$.

12. $\Pi = 0$; $y = 14$

13. $y = 10$; $p = 30$.

14. $p = 11$; $y = 4$; lungo.

15. $p = 300$; no.

16. $p = 25$, $y = 3500$.

17. $p^* = 22$; eq. di breve periodo.

18. $p^* = 22$; $y^* = 11000$; $\Delta n = 80$.

19. $p^* = 15$; $n = 152$

20. $p = 30$; $n = 260$.

21. $p = 280$; $n = 230$.