# LA TEORIA DEL CONSUMATORE

## ESERCIZI*

### *Le preferenze e la scelta del consumatore*

**1.** Un consumatore razionale, che dispone di un reddito $M = 100$, ne spende metà per acquistare 5 unità del bene $y_1$ e spende il resto nell'acquisto del bene $y_2$. Successivamente il suo reddito aumenta del 5% e $p_1$ aumenta del 10%. Assumendo che la mappa di curve di indifferenza del consumatore rispetti tutti gli assiomi della teoria, dire se il consumatore preferisce la nuova situazione, o la vecchia, oppure se è indifferente tra le due.

**2.** La funzione di utilità di Roberta è $u = y_1^2 + y_2^2$. Questa funzione non rispetta uno degli assiomi della teoria. Quale? Come sono fatte le sue curve di indifferenza? Calcolare il paniere scelto dalla consumatrice se $M = 1820$ è il suo reddito e se $p_1 = 35$ e $p_2 = 20$ sono i prezzi dei due beni.

**3.** Le preferenze di un consumatore sono descritte dalla funzione di utilità $u = y_1 + y_2 - \left(y_1^2 + y_2^2\right)/80$. Si mostri, utilizzando le utilità marginali, che per queste preferenze non vale l'assioma di non saturazione. Siano $p_1 = 1$ e $p_2 = 1$ i prezzi dei due beni. Determinare la scelta del consumatore nel caso che $M = 60$ e nel caso che $M = 100$.

**4.** Francesca è golosa di frutta, ed è disposta a consumarne qualsiasi quantità. Per lei è lo stesso disporre di una arancia o di due mandarini. Disegnare il grafico delle sue curve di indifferenza. Il prezzo di un'arancia è 400, mentre quello di un mandarino è 300. Francesca ha 6000 da spendere. Qual'è la sua scelta?

**5.** La funzione di utilità di un consumatore è $u = y_1 \cdot y_2$. Dati i prezzi e il reddito, egli sceglie di consumare il paniere ($y_1 = 20$ $y_2 = 80$). Successivamente il suo reddito si accresce (mentre i prezzi restano immutati) ed egli sceglie ora di accrescere di 10 unità il consumo di ciascuno dei due beni. È razionale il suo comportamento?

**6.** Le preferenze di Luca sono espresse dalla funzione di utilità $u = 5 \cdot \log y_1 + 3 \cdot \log y_2$. Luca sceglie razionalmente di consumare il paniere $y^* = (10;18)$. Calcolare il prezzo del primo bene e il reddito di cui dispone Luca, assumendo il prezzo del secondo bene come numerario.

---

* Esercizi tratti dalle dispense del Prof. Giorgio Rodano (A.A. 1996/97).

**7.** La funzione di utilità di un consumatore è $u = y_1^{1/2} + y_2^{1/2}$. Il suo reddito è pari a 120. I prezzi dei due beni sono rispettivamente $p_1 = 3$ e $p_2 = 2$. Determinare le quantità di $y_1$ e $y_2$ che vengono scelte dal consumatore.

**8.** La funzione di utilità di Roberto è $u = 7\sqrt{y_1} + 21\sqrt{y_2}$. Quali devono essere i prezzi perché egli consumi eguali quantità dei due beni? Per rispondere, si assuma come numerario il primo bene. Se Roberto dispone di una somma pari (in termini reali) a 124 unità del primo bene, quali sono le quantità consumate?

**9.** Un consumatore ha la seguente funzione di utilità: $u = y_1^2 \cdot y_2$. Determinare come distribuisce il suo reddito nell'acquisto dei due beni (calcolare le quote delle due spese sul totale).

**10.** Le preferenze di Carlo sono espresse dalla funzione di utilità $u = (y_1 - 20)(y_2 - 32)$. Carlo dispone di 100 unità del primo bene e di 80 unità del secondo. Calcolare la funzione di domanda del primo bene. Calcolare il prezzo di riserva per $y_1 = 66$ assumendo come numerario il prezzo del secondo bene.

**11.** Le preferenze di un consumatore sono descritte dalla funzione di utilità $u = 90(y_1 + y_2) - (y_1^2 + y_2^2)$. Il suo reddito è $M = 60$. Calcolare le quantità acquistate dei due beni se i loro prezzi sono $p_1 = p_2 = 3$.

### *Soluzioni d'angolo*

**12.** Un consumatore ha la seguente funzione di utilità: $u = (y_1 + a)(y_2 + b)$. Ricavare le funzioni di domanda per $y_1$ e $y_2$. Assumendo che $M = 100$, $a = 10$, $b = 10$, $p_2 = 10$, determinare il valore positivo di $p_1$ per cui si ha una soluzione d'angolo.

**13.** La funzione di utilità di Enrica è $u = (y_1 + 2)^2 y_2^2$ mentre il suo reddito nominale è 100. Calcolare le sue funzioni di domanda per $y_1$ e per $y_2$. Verificare i valori dei prezzi per cui si hanno soluzioni d'angolo.

**14.** Le preferenze di un consumatore sono rappresentabili con la seguente funzione di utilità: $u(y_1, y_2) = y_1 + a \ln y_2$ (dove $a > 0$ e con "ln" si intende il logaritmo naturale). Il reddito del consumatore è $M = 80$; i prezzi sono rispettivamente $p_1 = 20$ e $p_2 = 10$. Calcolare i valori di $a$ per cui si ha una "soluzione d'angolo".

### *Effetto reddito ed effetto sostituzione*

**15.** Sia $u = a(y_1^2 \cdot y_2)^b$ la funzione di utilità di un consumatore (dove $a$ e $b$ sono costanti positive). Calcolare l'effetto sostituzione per il primo bene utilizzando l'equazione di Slutsky e verificare che esso è negativo.

16. La funzione di utilità di Maurizia è $u = (y_1 + 2)(y_2 + 4)$. Le sue dotazioni iniziali sono $e_1 = 20$ ed $e_2 = 60$. I prezzi dei beni sono $p_1 = 20$ e $p_2 = 10$. Maurizia consuma 25 unità del primo bene e 50 del secondo. Verificare se la sua scelta è razionale. Di quanto aumenta il consumo del primo bene se $p_1$ si dimezza? Scomporre questa variazione in quella dovuta all'effetto sostituzione e quella dovuta all'effetto reddito [*per quest'ultimo calcolo trascurare i decimali*].

***Curve individuali di domanda ed elasticità***

17. La funzione di domanda di un bene è $y^D = 6M^2 p^{-1} + M$, dove $M$ è il reddito dei consumatori e $p$ è il prezzo del bene. Calcolare le elasticità della domanda rispetto al prezzo e al reddito. Utilizzando i risultati dire se la domanda è elastica o rigida e se il bene è normale o inferiore.

18. La relazione tra prezzo e quantità venduta di un determinato bene è $p = y^{-b}$. Calcolare i valori di $b$ per cui la domanda del bene è elastica e quelli per cui la domanda è anelastica.

19. La funzione di utilità di Corrado è $u = y_1^{1/2} + y_2^{1/2}$. Determinare le sue funzioni individuali di domanda, assumendo che egli disponga di un reddito dato pari a $M$. Calcolare l'elasticità delle domande rispetto ai loro prezzi. Verificare se queste domande sono elastiche o rigide.

***L'offerta di lavoro***

20. La funzione di utilità di un consumatore è $u = ln\, y + 3\, ln(24 - x)$, dove $y$ rappresenta il consumo del bene, $x$ l'offerta di lavoro e 24 il tempo disponibile. Assumendo che il consumatore disponga di un reddito non da lavoro pari a $M$, ricavare la sua funzione di offerta di lavoro. Sulla base di tale funzione mostrare: (*a*) che, se $M = 0$, allora l'offerta di lavoro è costante e indipendente dal salario; (*b*) che, se $M > 0$, allora, per quanto riguarda il *leisure*, l'effetto sostituzione prevale sull'effetto reddito.

21. La funzione di utilità di un consumatore è $u = (y - 13)(24 - x)$, dove $y$ è la quantità dell'unico bene di consumo e $x$ è la quantità offerta di lavoro. Se non lavora, il consumatore dispone di un reddito (nominale) $M = 400$. Il prezzo del bene di consumo è $p = 16$. Calcolare il salario (nominale) di riserva.

***Le dotazioni iniziali***

**22.** La funzione di utilità di Aldo è $u = y_1^2 \cdot y_2$. Le sue dotazioni iniziali sono: $e_1 = 25$, e $e_2 = 300$. Si chiede: assumendo il prezzo del secondo bene come numerario, quanto viene domandato del primo bene se il suo prezzo è $p_1 = 60$?

**23.** La funzione di utilità di Bianca è $u = y_1^3 \cdot y_2^2$. La sua dotazione iniziale è $\mathrm{e} = (30; 40)$. I prezzi dei due beni sono rispettivamente $p_1 = 15$ e $p_2 = 10$. Determinare cosa (e quanto) domanda e cosa (e quanto) offre. Di quanto deve variare $p_1$ perché Bianca scelga di non scambiare nulla e di consumare la propria dotazione?

**24.** La funzione di utilità di Alberto è $u_A = 10 \cdot log\, y_{1A} + 3 \cdot log\, y_{2A}$. Alberto sceglie razionalmente di consumare il paniere $\mathrm{y}_A^* = (5; 12)$. La funzione di utilità di Bruno è $u_B = y_{1B}^2 + y_{2B}^2$. Bruno dispone della dotazione $\mathrm{e}_B = (0; 130)$. Assumendo condizioni di equilibrio generale di concorrenza perfetta, calcolare il consumo del primo bene da parte di Bruno.

***Altri esercizi sulla teoria del consumatore***

**25.** Partendo dalla funzione di utilità $u = a \cdot ln\, y_1 + (1-a) \cdot ln\, y_2$, (con $0<a<1$), ricavare la funzione di utilità indiretta. Semplificare l'espressione trovata utilizzando la proprietà che le funzioni di utilità sono ordinali.

**26.** Le preferenze di un consumatore riguardo alla scelta tra consumo corrente e consumo futuro sono espresse dalla funzione di utilità $u = 21\, ln\, y_0 + 10\, ln\, y_1$ ("ln" è il logaritmo naturale). Il consumatore dispone di un reddito corrente pari a 200 e di un reddito futuro pari a 100. Assumendo che il prezzo di una unità di consumo sia costante nel tempo ($p_0 = p_1 = 1$), determinare i livelli del tasso di interesse per cui il consumatore è disposto a risparmiare.

**27.** Le preferenze intertemporali di un consumatore sono espresse dalla funzione di utilità $u = y_0^3 \cdot y_1^2$, dove $y_0$ è il consumo corrente e $y_1$ è il consumo futuro. Il consumatore dispone di un reddito reale corrente $\mathrm{e} = 100$ e non dispone di alcun reddito reale futuro. Assumendo che il prezzo di una unità di consumo rimanga costante nei due periodi, calcolare quanto risparmia il consumatore.

**28.** Il reddito corrente di un consumatore è 824, mentre quello del periodo successivo è la metà. I prezzi sono costanti nei due periodi e il tasso di interesse è pari al 6%. Se il consumatore vuole consumare la stessa somma nei due periodi, quanto deve risparmiare nel periodo corrente?

**29.** Le preferenze intertemporali di un consumatore sono espresse dalla funzione di utilità $u = y_0^\alpha \cdot y_1^\beta$. Il soggetto sceglie razionalmente di consumare le quantità $y_0^* = a$ e $y_1^* = b$. Si chiede: (*i*) qual è il livello del tasso di interesse di mercato? (*ii*) se il consumatore dispone di un reddito solo nel periodo corrente, a quanto ammonta il suo risparmio?

**30.** Le preferenze intertemporali di un consumatore sono espresse dalla funzione di utilità $u = ln\, y_0 + ln\, y_1 / (1+\delta)$. (a) Qual è il livello del tasso di interesse se il consumo del soggetto è costante nei due periodi? (b) Qual è il significato economico del parametro $\delta$?

**SOLUZIONI DEGLI ESERCIZI:**

**1.** Preferisce la nuova.

**2** Quello di convessità; archi di circonferenza con centro nell'origine e raggio $\sqrt{u}$; $y^* = (0;91)$.

**3** $u_i > 0$ solo se $y_i < 40$; M=60 $\Rightarrow$ $y_1 = y_2 = 30$; M=100 $\Rightarrow$ $y_1 = y_2 = 40$.

**4.** $y_1 = 15$, $y_2 = 0$.

**5.** No.

**6.** $p_1 = 3$, $M = 48$.

**7.** $y_1 = 16$, $y_2 = 36$.

**8.** $P_1 = 1; P_2 = 3; y_1 = y_2 = 31$

**9.** $\alpha_i = p_i y_i / M$; $\alpha_1 = 2/3$; $\alpha_2 = 1/3$.

**10.** $y_1 = 60 + 24P_2 / P_2; P_1 = 4$

**11.** $y_1 = y_2 = 10$.

**12.** $y_i = (M/2p_i) + (b/2)(p_j/p_i) - (a/2)$; $p_1 \geq 20 \Rightarrow y_1 \leq 0$.

**13.** $P_1 \geq 50; y_1 = 50 / P_1; y_2 = 50 / P_1 - 1;$

**14.** $a \geq 4$.

**15.** $ES = -2M / 9p_1^{\,2} < 0$.

**16.** Sì; di 16 unità: $y_1^{'} = 41$; ES = 11; ER = 5;

**17.** $\varepsilon_p$ = 6M/(6M+p) < 1 (rigida); $\varepsilon_M$ = (12M+p)/(6M+p) >1 (normale, di lusso).

**18.** $\varepsilon > 1 \Leftrightarrow$ b < 1; $\varepsilon < 1 \Leftrightarrow$ b >1.

**19.** $y_i = p_j M / (p_i p_j + p_i^2)$; $\varepsilon_i = (2p_i + p_j)/(p_i + p_j) > 1$.

**20.** $x = 6-(3M)/(4v)$; $M = 0$, $x = 6$; M > 0, $dx/dv = 3M/4v^2 > 0$.

**21.** $v_R = 8$.

**22.** Aldo offre il primo bene: $y_1^* = 20$, sicché $e_1 - y_1^* = 5$.

**23.** $d_1 = 4$, $s_2 = 6$; $\Delta p_1 = +5$.

**24.** $y_{1B}^* = 16$

**25.** $u^* = ln\, M - a \cdot ln\, p_1 - (1-a) \cdot ln\, p_2$; oppure $u^* = M / \left(p_1{}^a \cdot p_2^{1-a}\right)$.

**26.** r > 5%.

**27.** s = 40.

**28.** $s_0 = 200$.

**29.** $(i)$ $r = \alpha b / \beta a - 1$; $(ii)$ $s_0 = \beta a / \alpha$.

**30.** (a) $r = \delta$; (b) se $y_0 = y_1$, $\delta = \text{SMS} - 1$; in generale, $\delta$ è il fattore soggettivo di sconto dell'utilità futura.