Chapter 1

Le previsioni mediante lo *smoothing* delle serie

Tipi di smoothing.

Medie mobili:

$$Y_{t+1} = Y_t + Y_{t-1} + Y_{t-2} + ... + Y_{t-n+1} n \tag{1.1}$$

dove n il numero di osservazioni utilizzate per calcolare la media. La previsione per il periodo t+1 anche la previsione per tutti gli altri periodi futuri. La previsione viene aggiornata ogniqualvolta nuove osservazioni saranno disponibili.

Media mobile ponderata:

$$Y_{t+1} = p_1 Y_t + p_2 Y_{t-1} + p_3 Y_{t-2} \tag{1.2}$$

dove $p_i > 0$ e $p_1 + p_2 + p_3 = 1$. Ad esempio, $p_1 = 3/(1+2+3)$, $p_2 = 2/6$ e $p_3 = 1/6$.

Smoothing di tipo esponenziale: Uno dei metodi di *smoothing* pi di successo, e quindi utilizzato, quello esponenziale (*ES*). In breve, l'*ES* una tecnica che usa pesi diversi per ponderare le diverse osservazioni, dove i pesi delle osservazioni passate diminuiscono in modo esponenziale. Se indichiamo con $\hat{Y}$ la previsione di Y, allora:

$$\hat{Y}_{t+1} = aY_t + (1-a)\hat{Y}_t \tag{1.3}$$

oppure anche:

$$\hat{Y}_{t+1} = \hat{Y}_t + a(Y_t - \hat{Y}_t) \tag{1.4}$$

dove $0 \leq a \leq 1$. Minore il valore di a, pi la serie risulter *smooth* (liscia). Un valore di a elevato determina una rapida risposta della serie agli errori di previsione, ma riduce la quantit di *smoothing* della serie. Un *lisciamento* di una serie gi *lisciata* determina uno *smoothing* doppio e si applica per tener conto della presenza nella serie di un trend lineare. I valori previsti con un doppio *smoothing* rappresentano il tasso di crescita costante della serie nel periodo pi recente (o alla fine della stessa serie). Se la serie presentasse invece un trend non-lineare, allora sarebbe necessario procedere con uno *smoothing* triplo.

Smoothing di tipo esponenziale: metodo di Holt: Supponiamo adesso che la nostra serie contenga un trend lineare, ma non stagionalit. In questo caso dobbiamo stimare sia il livello corrente (L) che il trend (T), dove quest'ultimo definito come la differenza tra il livello corrente e passato della serie:

$$L_t = aY_t + (1-a)\hat{Y}_t \tag{1.5}$$

e

$$T_t = b(L_t - L_{t-1}) + (1-b)T_{t-1} \tag{1.6}$$

dove i parametri a e b devono essere entrambi positivi e inferiori a 1. Il valore previsto di Y al tempo $t+1$ sar:

$$\hat{Y}_{t+1} = L_t + T_t \tag{1.7}$$

mentre il valore previsto di Y al tempo $t+k$ sar:

$$\hat{Y}_{t+k} = L_t + kT_t \tag{1.8}$$

con i seguenti valori iniziali $T_2 = Y_2 - Y_1$, $L_2 = Y_2$, $\hat{Y}_3 = L_2 + T_2$. Vediamo il seguente esempio. I prestiti di una banca sono aumentati ad un tasso relativamente costante nel corso degli ultimi anni. Calcoliamo le previsioni per i livelli attesi di crescita per i prossimi quattro anni ipotizzando che $a = 0.7$ e $b = 0.6$.

Table 1.1: Andamento storico e previsto del credito concesso da una banca

Periodo	Storico	Previsto	L	T
1	133	-	-	-
2	155	155	22	-
3	165	177	168.6	17
4	171	185.6	175.4	10.8
5	194	186.2	191.7	14.1
6	231	205.8	223.4	24.7
7	274	248.1	266.2	35.6
8	312	301.8	308.9	39.8
9	313	348.8	323.7	24.8
10	333	348.6	337.7	18.3
11	343	355.9	346.9	12.8
12	-	359.7	359.7	12.8
13	-	372.6	372.6	12.8
14	-	385.4	385.4	12.8
15	-	398.3	-	-